ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ

КРИТЕРИИ И МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ВЫПОЛНЕННЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ

Муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике

2021/2022 учебный год

7-11 классы

7 КЛАСС

Задача 7.1. Соня придумала систему единиц физических величин, в которой расстояние измеряется в единицах ее роста, а время определяется как возраст Сони на момент измерения. Сегодня у Сони день рождения и ей исполнилось 13 лет, на данный момент Соня имеет рост 150 см. Какую скорость будет иметь муравей в системе Сони, если он ползет со скоростью 2 см/с. Будет ли изменяться со временем скорость муравья в системе Сони, если будет, то как (увеличиваться или уменьшаться)? Поясните, удобно ли пользоваться системой измерения Сони?

Возможное решение

Переведем единицы измерения системы Сони в СИ:

$$[\, t_{\text{Соня}}] = 13\text{ лет} \cdot 365\text{дней} \cdot 24\text{часа} \cdot 3600\text{ с} = 409968000\text{ с} \qquad (1)$$

$$[S_{\text{Соня}}] = 150\text{ см} = 1{,}5\text{ м} \qquad (2)$$

Скорость можно определить как расстояние, выраженное в единицах измерения длины, которое проходит равномерно движущееся тело за промежуток времени, равный единице измерения времени. Скорость муравья в СИ численно равна:

$$v_{\text{СИ}} = \frac{\text{расстояние}}{\text{время}} = \frac{20\text{ см}}{1\text{ с}} = 0{,}02\text{ м/с} \qquad (3)$$

Тогда скорость муравья в системе Сони будет равна:

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}}\,\frac{\text{возраст}}{\text{рост}} \qquad (4)$$

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}}\,\frac{\text{возраст}}{\text{рост}} = 0{,}02\text{ м/с} \cdot \frac{409968000\text{ с}}{1{,}5\text{ м}} = 5466240 \qquad (5)$$

Если учесть в расчете четыре високосных года (по 366 дней) – 2008, 2012, 2016 и 2020 то:

$$\text{возраст }[\, t_{\text{Сони}}] = (9\, \cdot 365 + 4 \cdot 366)\text{лет} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\text{ с} = 410313600\text{ с}$$

$$v_{\text{Соня}} = v_{\text{СИ}}\,\frac{\text{возраст}}{\text{рост}} = 0{,}02\text{ м/с} \cdot \frac{410313600\text{ с}}{1{,}5\text{ м}} = 5470848 \qquad (6)$$

Ответ: 5470848

Видно, что усложнение расчета в данном случае не приводит к существенному изменению результата (результаты отличаются на 0,08%).

Для ответа на второй вопрос проанализируем соотношение (4) для скорости муравья в двух системах измерения. Эта скорость с увеличением возраста Сони возрастает, поскольку за 1 год ее единица измерения времени увеличится на 86400 с, а рост не более чем на 0,5 м. В дальнейшем рост увеличиваться не будет, а возраст будет расти. Такой системой измерения пользоваться неудобно, т.к. единицы измерения шкалы меняются.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдена единица длины в системе Сони (1)
	Найдена единица времени в системе Сони (2)
	Выражена скорость муравья в СИ (3)
	Найдена связь скорости муравья в СИ и системе Сони (4)
	Найдено численное значение скорости муравья в системе Сони (5) или (6)
	Проанализировано как будет изменяться скорость муравья в системе Сони и сделан вывод об удобстве такой системы.

Задача 7.2. Кот Леопольд каждое утро бегает на речку умываться. Он берет с собой сухое полотенце площадью 1500 см^2 и весом 150 грамм. Мокрое насквозь полотенце весит 500 грамм, при этом с него начинает капать вода. Однажды, когда Леопольд умывался, пошел сильный дождь. Кот, спасаясь от дождя, растянул сухое полотенце над головой. Когда дождь закончился, уровень воды в стоящем рядом бассейне повысился на 1,5 мм. Промок ли Леопольд? Известно, что 1 см^3воды имеет массу 1 г. Обоснуйте свой ответ.

Возможное решение

Найдем максимальную массу воды, которую впитывает насквозь мокрое полотенце:

$$m = 450\ \text{г} - 150\ \text{г} = 300\ \text{г} \qquad (1).$$

Это соответствует объему воды в:

$$V = 300\ \text{см}^3 \qquad (2).$$

Разделив этот объем на площадь полотенца, получим тот максимальный уровень осадков, который выдерживает полотенце, перед тем как с него потечет вода:

$$h = \frac{300\ \text{см}^3}{1500\ \text{см}^2} = 0{,}2\ \text{см} = 2\ \text{мм} \qquad (3).$$

Количество выпавших осадков (1,5 мм) везде одинаково: и в бассейне и на полотенце. Заметим, что 2 мм $>$ 1,5 мм, так что Кот Леопольд останется сухим во время дождя.

Ответ: Кот Леопольд останется сухим во время дождя.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдена максимальная масса воды, которую впитывает насквозь мокрое полотенце (1)
	Найден соответствующий объем воды (2)
	Найден максимальный уровень осадков, который выдерживает полотенце, перед тем как с него потечет вода (3)

	Сделан вывод о том, что количество выпавших осадков (1,5 мм) везде одинаково.
	Сделан вывод, что Кот Леопольд останется сухим во время дождя

Задача 7.3. Проезжая мост, сидящий в электричке до Простоквашино, Дядя Федор обратил внимание на то, что мост «проехал» мимо него за 20 с. При этом электричка, двигаясь по мосту равномерно, прошла мост за 70 с. Во сколько раз длина электрички больше длины моста?

Возможное решение

Пусть электричка движется со скоростью v, время движения Дяди Федора - $t_1 = 20$ с, время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички - $t_2 = 70$ с . Тогда длину моста можно вычислить по формуле:

$$L_{\text{моста}} = v \cdot t_1 = v \cdot 20 \qquad (1)$$

За время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички, «голова» электрички прошла расстояние:

$$L_{\text{моста}} + L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 = v \cdot 70 \qquad (2)$$

Подставляя выражение (1) в (2), получим:

$$v \cdot t_1 + L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 \qquad (3)$$

$$L_{\text{эл}} = v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot 70 - v \cdot 20 = v \cdot 50 \qquad (4)$$

Найдем отношение:

$$\frac{L_{\text{эл}}}{L_{\text{моста}}} = \frac{v \cdot 50}{v \cdot 20} = 2{,}5 \qquad (5)$$

Ответ: в 2,5 раза длина электрички больше длины моста.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Найдено выражение для нахождения длины моста (1)
	Понято, что время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички и есть t_2
	Найдено выражение для нахождения расстояния, которое прошла электричка это время, которое прошло от момента въезда на мост локомотива до момента съезда с моста последнего вагона электрички (2)
	Сделаны правильно преобразования (3) – (5) и получен правильный ответ

Задача 7.4. Два спортсмена по команде тренера начинают бежать с линии старта по прямой дорожке в одном направлении. В определённые моменты времени они по свистку меняют

свою скорость. Графики зависимости скорости каждого спортсмена указаны на рис. 1. Через какое время после старта они снова поравняются?

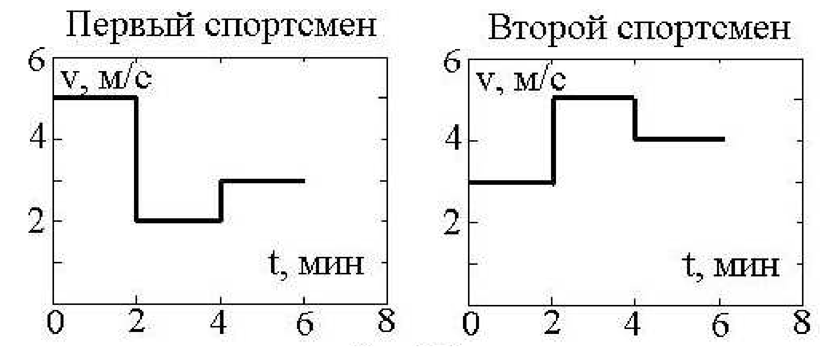

Рис. 1. К задаче 7.4.

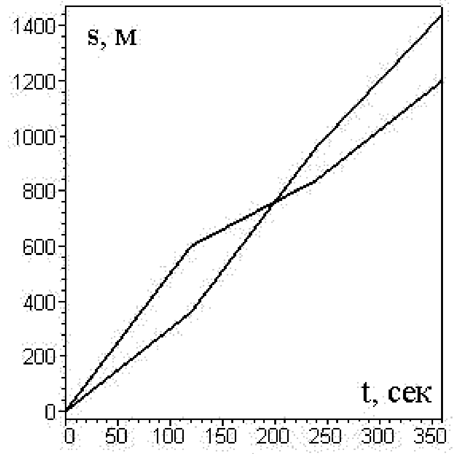

Рис. 2. К задаче 7.4.

Возможное решение

Так как движение на каждом из участков равномерное и прямолинейное (по условию), то зависимость координаты от времени – линейная. Построим эту зависимость (см. рис.2). Очевидно, что спортсмены поравняются тогда, когда эти ломаные пересекутся (разумеется, после точки (0, 0)). По графику нетрудно увидеть, что в этой точке время равно 200 с.

Примечание. Задачу можно решить аналитически. За правильное решение – 10 баллов.

Ответ: спортсмены поравняются через 200 сек.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Сформулировано условие того, что спортсмены поравняются
	Построены графики зависимости координаты от времени для каждого спортсмена
	Найдено время после старта, когда спортсмены снова поравняются

8 КЛАСС

Задача 8.1. В калориметр со встроенным электронагревателем налили 50 мл воды при комнатной температуре. Затем электронагреватель включили на 10 минут. Температура воды повысилась на 12 °С. Затем воду вылили, дождались, пока калориметр остынет до комнатной температуры, залили в него 100 мл воды и снова включили электронагреватель на 10 минут. В этот раз температура воды повысилась на 8 °С. Затем повторили то же самое, но со 150 мл воды. На сколько градусов повысилась температура воды в этом случае? Мощность электронагревателя постоянна, теплопотерями можно пренебречь.

Возможное решение

Пусть c_1 – теплоёмкость калориметра, а c_2 – теплоёмкость 50 мл воды. Тогда в первом случае вода и калориметр получили от нагревателя количество теплоты:

$$Q_1 = (c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃ \qquad (1)$$

Во втором эксперименте вода и калориметр получили от нагревателя количество теплоты:

$$Q_2 = (c_1 + 2c_2) \cdot 8℃ \qquad (2)$$

Каждый раз вода и калориметр получают от нагревателя одинаковое количество теплоты, т.к. нагреватель работает одинаковое время, а его мощность не меняется:

$$Q_1 = Q_2 \implies \quad (c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃ = (c_1 + 2c_2) \cdot 8℃ \qquad (3)$$

Откуда получаем:

$$c_1 = c_2 = c \qquad (4)$$

Теперь рассчитаем изменение температуры в третьем случае:

$$Q_1 = Q_3 \implies \quad (c_1 + c_2) \cdot 12\ ℃ = (c_1 + 3c_2) \cdot \Delta t \qquad (5)$$

$$2c \cdot 12\ ℃ = 4c \cdot \Delta t \quad \implies \quad \Delta t = 6\ ℃ \qquad (6)$$

Ответ: температура воды повысилась на 6 ℃.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Показано, что каждый раз вода и калориметр получают от нагревателя одинаковое количество теплоты
	Получено соотношение (4)
	Найдено на сколько повысилась температура воды в третьем случае (6), его численное значение

Задача 8.2. Инспектор ГИБДД находясь на своем посту определял с помощью радара скорости проезжающих автомобилей. После окончания своей смены он взял радар и поехал домой в машине. Когда машина инспектора двигалась по прямому участку шоссе, он решил измерить

радаром скорости автомобилей, которые двигались в ту же сторону спереди и сзади его автомашины. Радар показал, что передняя машина движется со скоростью $V_1 = 7$ м/с, а задняя со скоростью $V_2 = 12$ м/с. Известно, что передний автомобиль движется со скоростью 90 км/час, а задний со скоростью 72 км/час относительно земли. Какова может быть скорость автомобиля инспектора? Радар измеряет скорости машин относительно самого себя.

Возможное решение

Скорости переднего и заднего автомобилей соответственно равны:

$$V_{\text{передний}} = 90\frac{\text{км}}{\text{час}} = 25\ \text{м/с} \qquad (1)$$

$$V_{\text{задний}} = 72\frac{\text{км}}{\text{час}} = 20\ \text{м/с} \qquad (2)$$

Так как радар показывает только значение скорости, то автомобиль инспектора может как приближаться к соседнему автомобилю, так и удаляться от него. Поэтому предполагаемая скорость автомобиля инспектора с учетом показаний радара и скорости переднего заднего автомобиля равна:

$$V_{\text{И}1} = V_{\text{передний}} + V_1 \quad \text{или} \quad V_{\text{И}1} = V_{\text{передний}} - V_1 \qquad (3)$$

Аналогично для заднего автомобиля:

$$V_{\text{И}2} = V_{\text{задний}} + V_2 \quad \text{или} \quad V_{\text{И}2} = V_{\text{задний}} - V_2 \qquad (4)$$

Получаем возможные скорости автомобиля инспектора:

$$V_{\text{И}1} = 25\frac{\text{м}}{\text{с}} + 7\frac{\text{м}}{\text{с}} = 32\frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \text{или} \quad V_{\text{И}1} = 25\frac{\text{м}}{\text{с}} - 7\frac{\text{м}}{\text{с}} = 18\frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (5)$$

$$V_{\text{И}2} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}} + 12\frac{\text{м}}{\text{с}} = 32\frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \text{или} \quad V_{\text{И}2} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}} - 12\frac{\text{м}}{\text{с}} = 8\frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (6)$$

Только одна скорость, $V_{\text{И}1} = V_{\text{И}2} = 32\text{м/с}$, получается одинаковой при расчете относительно заднего и переднего автомобилей, то она и будет искомой. (7)

Ответ: V инспектора $= 32$ м/с $\approx 8{,}9$ км/ч.

Примечание: школьники могут решать задачу не переводя скорость в м/с.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Перевод скоростей в единую систему единиц
	Рассмотрены возможные варианта (сближение и удаление) (3) и (4)
	Получены возможные значения скорости (5) и (6)
	Сделан анализ относительно скорости (7) и получен правильный ответ

Задача 8.3. Фиксики Симка и Нолик изучали давление жидкости на дно сосуда. Для этого они взяли прямоугольный аквариум и на каждую внутреннюю грань прикрепили по маленькому датчику давления, сигнал которого передаётся наружу. Затем налили туда $m = 2{,}4$ л воды и

герметично закрыли аквариум. Датчик на нижней грани показал, что давление столба воды составило $p_1 = 400$ Па. Затем ёмкость по очереди положили на другие грани и обнаружили, что соответствующие давления на дно равны $p_2 = 500$ Па и $p_3 = 750$ Па. Какой объем воды можно долить в аквариум до его полного заполнения? Плотность воды $\rho = 1 г/см^3$, $g = 10$ Н/кг. Датчик показывает давление столба воды без учёта атмосферного давления.

Возможное решение

Пусть a– длина аквариума, b– ширина аквариума, c–высота. Тогда его объем равен $V = a \times b \times c$. Выразим давление, оказываемое жидкостью на каждую грань (см. рис. 1) и найдем высоту столба жидкости :

$$p_1 = 400 \text{ Па} = \rho g h_1 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{400 \text{ Па}}{\frac{1000 \text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{10 \text{Н}}{\text{кг}}} = 0{,}04 \text{ м} = 4 \text{ см} \qquad (1)$$

$$p_2 = 500 \text{ Па} = \rho g h_2 \quad h_1 = \frac{500 \text{ Па}}{\frac{1000 \text{ кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{10 \text{ Н}}{\text{кг}}} = 0{,}05 \text{ м} = 5 \text{ см} \qquad (2)$$

$$p_3 = 750 \text{ Па} = \rho g h_3 \quad h_1 = \frac{750 \text{ Па}}{\frac{1000 \text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{10 \text{Н}}{\text{кг}}} = 0{,}075 \text{ м} = 7{,}5 \text{ см} \qquad (3)$$

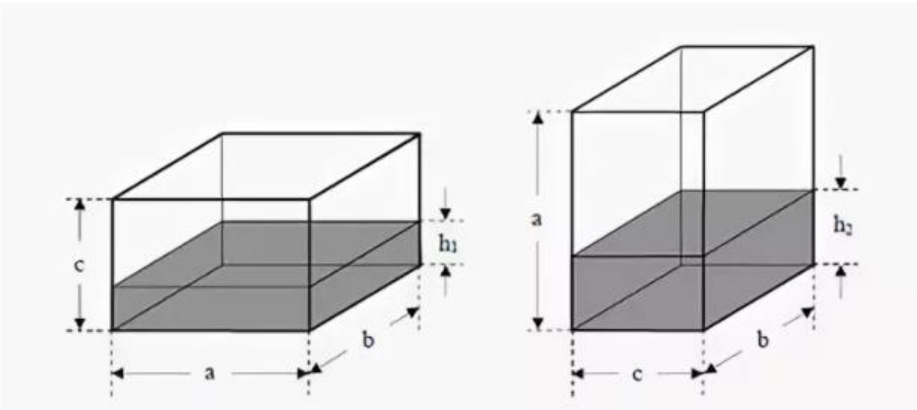

Рис. 1. К задаче 8.3.

Выразим объем, занимаемой жидкости при каждом положении аквариума $V_ж = 2400 см^3$:

$$2400 = a \times b \times h_1 \qquad (4)$$

$$2400 = c \times b \times h_2 \qquad (5)$$

$$2400 = a \times c \times h_3 \qquad (6)$$

Перемножим (4),(5) и (6) и найдем объем аквариума:

$$2400^3 = 4 \cdot 5 \cdot 7{,}5 \cdot a^2 b^2 c^2 \qquad \Rightarrow V = 9600 \text{ см}^3 \qquad (7)$$

Осталось найти необходимое количество воды для заполнения аквариума полностью:

$$V_{доб} = 9600 \text{ см}^3 - 2400 \text{ см}^3 = 7200 \text{ см}^3 = 7{,}2 \text{ л} \qquad (8)$$

Ответ: необходимо добавить 7,2 л воды для заполнения аквариума полностью

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Найдена высота столба жидкости в каждом положении аквариума (1)-(3)
	Выражен объем, занимаемой жидкости при каждом положении аквариума
	Найден объем аквариума (7)
	Найдено необходимое количество воды для заполнения аквариума полностью (8)

Задача 8.4. В системе, изображённой на рисунке, блоки, нить и стержень невесомы. Правый блок в два раза больше по размеру, чем другие два. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. На крючок повесили груз массы m, при этом система осталась неподвижна. Определите, чему равно отношение x/r и величину сил натяжения нитей.

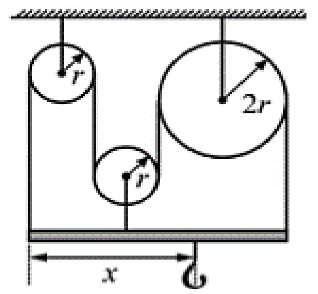

Рис. 1. К задаче 8.4.

Возможное решение

Выразим сначала длину стержня:

$$l = 2r + 2r + 4r = 8r \qquad (1)$$

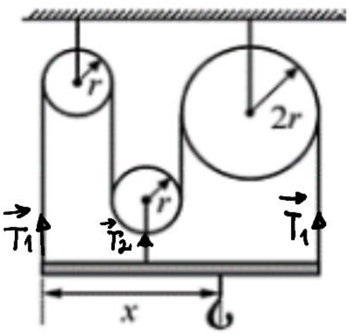

Рис. 2. К задаче 8.4

Рассмотрим моменты сил относительно точки подвеса груза (рис. 2) и запишем условие равновесия:

$$T_1 x + T_2(x - 3r) = T_1(8r - x) \qquad (2)$$

$$2T_1 + T_2 = mg \qquad (3)$$

С учетом $T_2 = 2T_1$ выражение (2) имеет вид:

$$T_1 x + 2T_1(x - 3r) = 2T_1(8r - x) \qquad (4)$$

Откуда найдем:

$$4x = 14r \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{r} = \frac{14}{4} = 3{,}5 \qquad (5)$$

Найдем силы натяжения нитей:

$$2T_1 + 2T_1 = mg \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{mg}{4} \quad ; \quad T_2 = \frac{mg}{2} \qquad (6)$$

Ответ: $x/r = 3{,}5$; $T_1 = mg/4$; $T_2 = mg/2$.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Выражена длина стержня (1)

	Записаны условия равновесия стержня (2), (3)
	Записано соотношение для сил $T_2 = 2T_1$
	Найдено отношение расстояний (5)
	Найдены силы натяжения нитей (6)

9 КЛАСС

Задача 9.1. Лабораторная электроплитка, сопротивление спирали которой $R = 20$ Ом, включена в сеть последовательно с резистором, сопротивление которого $R_0 = 10$ Ом. При длительной работе плитка нагрелась от комнатной температуры $t_0 = 20$ °С до температуры $t_1 = 52$ °С. До какой температуры нагреется плитка, если параллельно ей включить еще одну такую же плитку?

Возможное решение

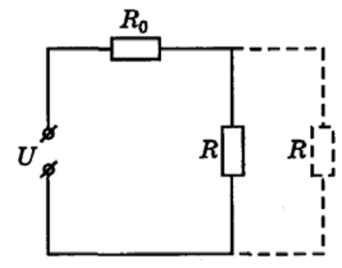

Рис. 1. К задаче 9.1

Схема электрической цепи показана на рис. 1

Количество теплоты, выделившееся в первом случае:

$$I_1{}^2\, R = k(t_1 - t_0) \qquad (1)$$

Где силу тока можно найти из закона Ома для участка цепи:

$$I_1 = \frac{U}{R + R_0} \qquad (2)$$

Следовательно

$$\frac{U^2 R}{(R + R_0)^2} = k(t_1 - t_0) \qquad (3)$$

Аналогично для второго случая:

$$I_2{}^2\, R = k(t_x - t_0) \qquad (4)$$

Где силу тока можно найти из закона Ома для участка цепи:

$$I_2 = \frac{1}{2}\frac{U}{(R/2 + R_0)} \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получим:

$$\frac{U^2 R}{4(R/2 + R_0)^2} = k(t_x - t_0) \qquad (6)$$

Разделив (6) на (3), получим:

$$\frac{t_x - t_0}{t_1 - t_0} = \frac{(R + R_0)^2}{4(R/2 + R_0)^2} \quad \Rightarrow \quad t_x - t_0 = (t_1 - t_0)\frac{(R + R_0)^2}{4(R/2 + R_0)^2} \qquad (7)$$

$$t_x - t_0 = (52°\text{C} - 20°\text{C})\frac{(20 + 10)^2}{4\left(\frac{20}{2} + 10\right)^2} = 32°\text{C}\frac{900}{1600} = 18°\text{C}$$

$$t_x = 38°\text{C} \qquad (8)$$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Записано энергетическое соотношение (1)
	Найдена сила тока через плитку (2)
	Получено выражение (3)

	Записано энергетическое соотношение (4)
	Найдена сила тока через плитку во втором случае (5)
	Получено выражение (6)
	Получено выражение (7)
	Найдено численное значение температуры (8)

Задача 9.2. Экспериментатор Глюк построил график зависимости модуля перемещения тела s от пути L, движущегося с постоянной по модулю скоростью. Найдите модуль скорости тела, если известно, что все движение заняло t = 20 с. Изобразите возможную траекторию тела.

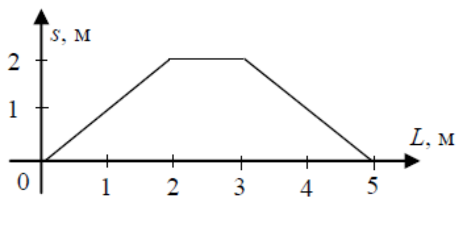

Рис. 1. К задаче 9.2

Возможное решение

Модуль скорости тела равен $L\,/\,t\,=\,0{,}25\ \text{м/с}$. На первом участке модуль перемещения и путь равны. Такое возможно при прямолинейном движении.

На втором участке перемещение не изменяется, следовательно, тело движется на постоянном расстоянии от точки старта, например, по окружности радиусом R = 2 м. Угол, на который успевает повернуть тело, равен отношению длины дуги к радиусу α = 0,5 рад.

На третьем участке модуль перемещения уменьшается, и, настолько же увеличивается путь. Такое возможно при прямолинейном движении курсом на точку старта.

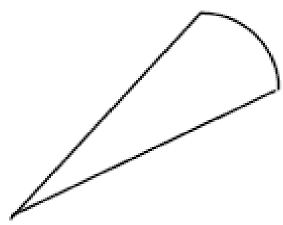

Рис. 2. К задаче 9.2

Возможная траектория приведена на рисунке 2. Заметим, что при движении по дуге окружности тело может быстро разворачиваться и двигаться в обратном направлении с прежней скоростью. Приведенное решение – один из простейших вариантов.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Найдено значение модуля скорости
	Обоснована прямолинейность движения на первом участке
	Предложен вариант движения на втором участке (например, движение по дуге окружности)
	Обоснована прямолинейность движения на третьем участке
	Предложен рисунок возможной траектории

Задача 9.3. Чему равно сопротивление между узлами A и B, A и C схемы, изображенной на рисунке 1? Какое количество теплоты выделится в цепи за 10 минут в каждом случае, если сопротивление каждого резистора $R = 30$ кОм, напряжение в цепи $U = 100$ В.

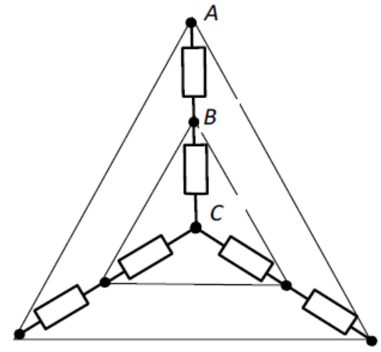

Рис. 1. К задаче 9.3

Возможное решение

Данную схему можно преобразовать к следующему виду (рис. 2):

Если подключить напряжения к точкам A и B (рис. 3), то сопротивление равно:

$$R_{AB} = \frac{R}{3} = \frac{30000\ \text{Ом}}{3} = 10000\ \text{Ом} = 10\ \text{кОм} \qquad (1)$$

Согласно закона Джоуля-Ленца, в цепи выделится количество теплоты равное:

$$Q_{AB} = \frac{U^2}{R_{AB}} t = \frac{100^2\text{В}^2}{10000\ \text{Ом}} 600c = 600\text{Дж} \qquad (2)$$

Если подключить напряжения к точкам A и C (рис. 4), то сопротивление равно:

$$R_{AC} = \frac{2R}{3} = 20\ \text{кОм} \qquad (2)$$

Согласно закона Джоуля-Ленца, в цепи выделится количество теплоты равное:

$$Q_{AC} = \frac{U^2}{R_{AC}} t = \frac{100^2\text{В}^2}{20000\ \text{Ом}} 600c = 1200\text{Дж} \qquad (4)$$

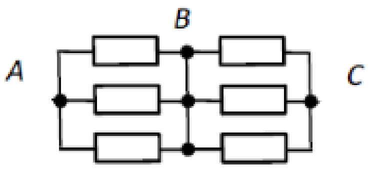

Рис. 2. К задаче 9.3

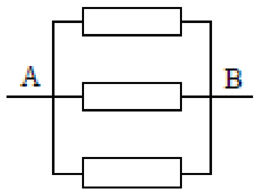

Рис. 3. К задаче 9.3

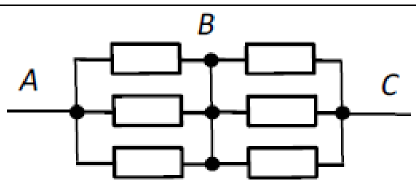

Рис. 4. К задаче 9.3

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Н
	Найдено сопротивление и количество теплоты, выделившееся в цепи (1), (2)
	Н
	Найдено сопротивление и количество теплоты, выделившееся в цепи (3), (4)

Задача 9.4. В одинаковые высокие сообщающиеся сосуды налита жидкость с плотностью $\rho_т$ так, что ее высота равна H (рис.1) В правый сосуд начинают очень медленно подливать другую, более легкую жидкость с плотностью $\rho_л$. Постройте график зависимости высоты столба жидкости в левом сосуде от высоты столба более легкой жидкости? Жидкости не перемешиваются. Толщиной соединяющей трубки можно пренебречь. Жидкости из сосудов не выливаются.

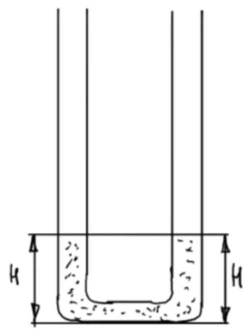

Рис.1 К задаче 9.4

Возможное решение

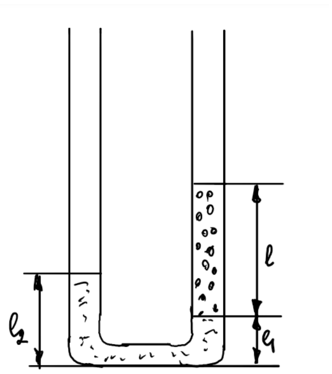

Рис. 2. К задаче 9.4

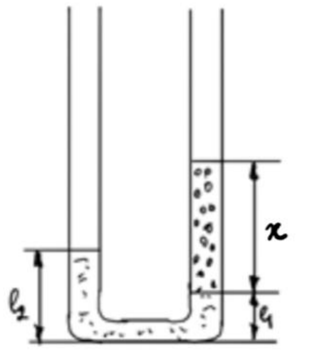

Рис. 3. К задаче 9.4

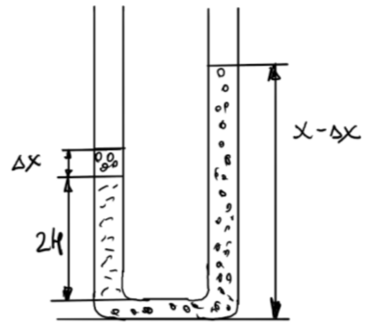

Рис. 4. К задаче 9.4

Пусть высота столба тяжелой жидкости в первом (правом) сосуде составляет l_1 , а во втором (левом) – l_2 (рис. 2). Очевидно, что

$$l_1 + l_2 = 2H \qquad (1).$$

Условие равенства давлений в соединяющей трубке после подливания жидкости:

$$\rho_л x + \rho_т l_1 = \rho_т l_2 \quad , \qquad (2)$$

где x – высота столба подлитой легкой жидкости (рис.3). Из соотношений (1) и (2) легко находим

$$l_2 = H + \frac{\rho_л x}{2\rho_т} \quad . \qquad (3)$$

Однако это соотношение будет выполняться лишь до тех пор, пока легкая жидкость не вытеснит всю тяжелую во второй сосуд, т. е. до $l_2 = 2H$. Тогда для равенства давлений можно записать:

$$\rho_т \cdot 2H = \rho_л x_{кр} \quad , \qquad (4)$$

где $x_{кр}$ – соответствующее критическое значение высоты столба легкой жидкости. Откуда получаем

$$x_{кр} = \frac{2\rho_т}{\rho_л} H \quad . \qquad (5)$$

Начиная с этого момента, часть легкой жидкости будет перетекать из первого сосуда во второй и всплывать наверх, поскольку жидкости не перемешиваются (рис. 4). В этом случае

$$\rho_л(x - \Delta x) = 2\rho_т H + \rho_л \Delta x \quad . \qquad (6)$$

где $\Delta x-$ количество легкой жидкости, перетекшей во второй сосуд. Тогда легко получаем выражение для высоты столба жидкостей в левом сосуде:

$$l_2 = 2H + \Delta x = 2H + \frac{\rho_л x - 2\rho_т H}{2\rho_л} = \frac{1}{2}x + H\left(2 - \frac{\rho_т}{\rho_л}\right) \ . \qquad (7)$$

Нетрудно видеть (см. формулу (3)), что в первом случае наклон графика зависимости уровня во втором сосуде от количества подлитой жидкости определяется коэффициентом $tg\alpha_1 = \rho_л / 2\rho_т$, а во втором – $tg\alpha_2 = 1/2$ (см. формулу (7)). Таким образом, соответствующий график имеет в точке излом на графике (рис.5).

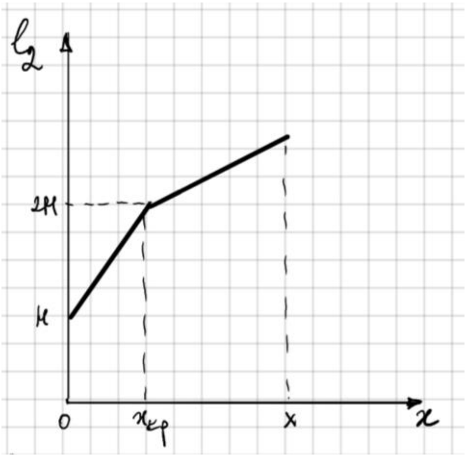

Рис. 5. К задаче 9.4

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Записано условие (1)
	Записано условие равенства давлений (2) и найдено выражение для высоты столба легкой жидкости (3)
	Найдено критическое значение высоты столба легкой жидкости
	Указано, что далее часть легкой жидкости будет перетекать из первого сосуда во второй и всплывать наверх,
	Записано выражение (7)
	Нарисован график (рис. 5)

Задача 9.5. Два плоских зеркала $З_1$ и $З_2$, каждое из которых имеет форму квадрата со стороной а, сложены под прямым углом. Точечный источник света S располагается на расстоянии а от каждого из зеркал (схема опыта приведена на рис.). Сколько получится изображений? Заштрихуйте области, в которых будут наблюдаться эти изображения в зеркалах.

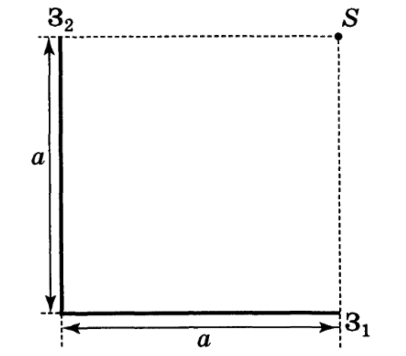

Рис. 1. К задаче 9.5

Возможное решение

В системе зеркал образуются следующие изображения источника света S:

– S_1 при отражении в зеркале $З_1$;

– S_2 в зеркале $З_2$;

– S_3 сначала в зеркале $З_1$, затем в зеркале $З_2$ (либо сначала в зеркале $З_2$, а затем в зеркале $З_1$).

Изображение S_1 будет наблюдаться в области 1 (рис. 2), изображение S_2 – в области 2 (рис. 3).

Изображение S_3, полученное в результате отображения сначала от зеркала $З_1$, затем от зеркала $З_2$, будет наблюдаться в области $3'$ (рис. 4); это же изображение, полученное в результате отражения сначала от зеркала $З_2$, затем от зеркала $З_1$, – в области $3''$ (рис. 5).

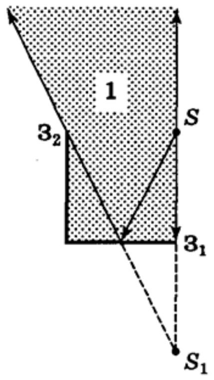

Рис. 2. К задаче 9.5

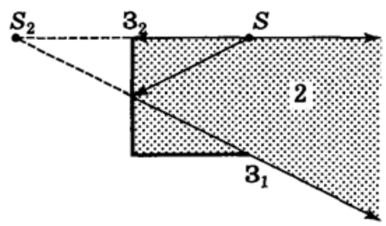

Рис. 3. К задаче 9.5

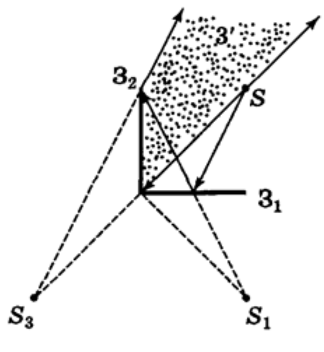

Рис. 4. К задаче 9.5

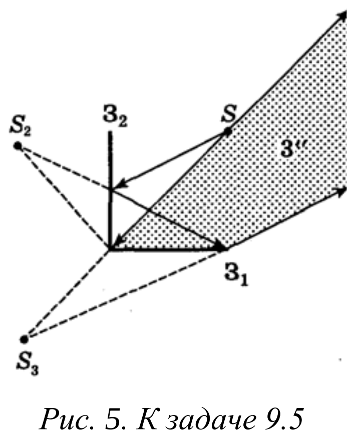

Рис. 5. К задаче 9.5

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Дан ответ о количестве изображений и построены эти изображения
	П
	П
	П

10 КЛАСС

Задача 10.1. Определите ускорение груза массой m в системе (рис.1), состоящей из трех невесомых блоков и невесомой нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие (в лапке штатива), в котором при скольжении нити возникает сила трения F. Найдите силу T_A натяжения нити в районе узелка А. Трение в осях блоков отсутствует.

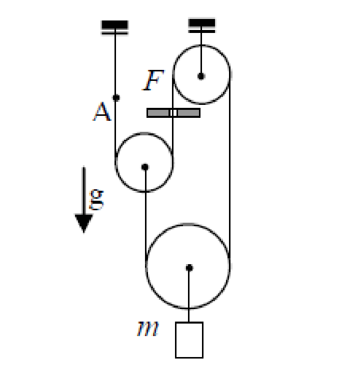

Рис. 1. К задаче 10.1

Возможное решение

Предположим, что проскальзывание нити в отверстии есть. Тогда силы натяжения, действующие на левый подвижный блок, вследствие его невесомости, отличаются в два раза (см. рис. 2). Из-за невесомости фрагмента нити пропущенного через отверстие

$$2T = F + T \quad \Longrightarrow \quad F = T \qquad (1)$$

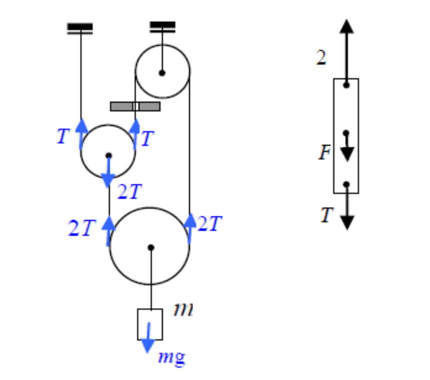

Рис. 2. К задаче 10.1

Из второго закона Ньютона для груза

$$ma = mg - 4F \quad \Longrightarrow \quad a = g - 4F/m \qquad (2)$$

что возможно при

$$F < \frac{mg}{4} \qquad (3)$$

В противном случае система неподвижна, и сила трения меньше максимального значения F. В покоящейся системе ($a = 0$) сила натяжения нити равна:

$$T = \frac{mg}{4} \qquad (4)$$

Ответ: если $F < mg/4$ – проскальзывание есть, то $T = F$; если проскальзывания нет, то $T = mg/4$.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
1	Учет невесомости блока в расстановке сил
1	Учет невесомости нити в расстановке сил
	Правильный учет силы трения на нить
3	Нахождение силы натяжения нити (учет двух случаев)
3	Нахождение ускорения (учет двух случаев)

Задача 10.2. Из одной точки, находящейся на высоте 45 метров, одновременно бросают с одинаковыми скоростями два тела: первое вертикально вверх, второе горизонтально. В первом случае со скоростями 20 м/с, а во втором, со скоростями 40 м/с. Как относятся наибольшие

расстояние между телами во втором и первом случаях. Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения считать g =10 м/с.

Возможное решение

Запишем уравнение движения тел в проекциях:

$$y_1 = 45 + vt - 5t^2 \qquad x_1 = 0 \quad (1)$$

$$y_2 = 45 - 5t^2 \qquad x_2 = vt \quad (2)$$

Расстояние между телами в проекциях изменяется:

$$y = y_1 - y_2 = vt \qquad x = x_1 - x_2 = -vt \quad (3)$$

Расстояние между телами, движущимися с одинаковым ускорением из одной точки:

$$S = \sqrt{x^2 + y^2} = vt\sqrt{2} \quad (4)$$

Таким образом, расстояние между телами линейно возрастает со временем, пока тела движутся. Если какое-то тело упадет раньше на землю, чем другое, расстояние между телами будет меняться по другому закону.

Рассмотрим первый случай движения, когда скорость тел равна 40 м/с.

Из уравнения (1) имеем: первое тело имеет максимум подъема через 2 с от начала движения на высоте 65 м и упадет на землю через 3,6 с.

Тело, брошенное горизонтально, упадет первым через $t = 3$ с . В этот момент расстояние между телами будет:

$$S_1 = \sqrt{2}v \cdot t = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot 3 = 84{,}9 \text{ м} \quad (5)$$

В дальнейшем расстояние будет только уменьшаться, т.к. через 3 секунды первое тело уже падает вниз.

Иначе обстоит дело во втором случае, когда скорость тел равна 40 м/с.

Из уравнения (1) имеем: первое тело имеет максимум подъема через 4 с от начала движения на высоте 125 м и упадет на землю через 9 с. Тело, брошенное горизонтально, упадет через $t =$ 3 с на расстоянии

$$x_2 = 40 \cdot 3 = 120 \text{ м} \qquad (6).$$

Таким образом, когда второе тело уже лежит на земле через 3 секунды, первое продолжает подниматься, т.е. удаляться от второго. Максимальная высота подъема первого тела 125 м, а расстояние между телами в этом случае равно:

$$S_2 = \sqrt{125^2 + 120^2} = 173{,}28 \text{ м} \quad (7)$$

Тогда отношение

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{173{,}3 \text{ м}}{84{,}9 \text{ м}} \approx 2 \qquad (8)$$

Ответ: $S_2/S_1 = 2$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Сделан вывод о линейной зависимости расстояния между телами пока они движутся (4)
	Проверка приемлемости соотношения (4) для первого случая и нахождение максимального расстояния между телами (5)
	Проверка приемлемости соотношения (4) для второго случая (одно лежит, а второе в верхней точке подъема) и нахождение максимального расстояния между телами (7)
	Найдено отношение (8)

Задача 10.3. Школьник решил приготовить чай. Он налил в чайник некоторое количество воды, поставил его на электрическую плитку и стал наблюдать за процессом нагрева воды. Школьник обнаружил, что за время $t_1 = 1$ мин температура воды повысилась на $\Delta T = 1$ °С. Решив продолжить наблюдения, он снял чайник с плитки, после чего температура воды в чайнике за время $t_2 = 0{,}5$ мин понизилась на ту же величину $\Delta T = 1$ °С. Какова масса m воды в чайнике, если тепловая мощность, идущая на нагрев воды при работающей плитке, W = 500 Вт? Считайте, что тепловые потери воды за счет рассеяния энергии в окружающую среду пропорциональны времени, а теплоемкость чайника пренебрежимо мала. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ Дж/(г · °С).

Возможное решение

Поскольку по условию тепловые потери пропорциональны времени, количественной характеристикой потерь является их мощность w. Обозначив через m массу воды, запишем уравнение баланса энергии:

при нагревании воды $$Wt_1 = cm\Delta T + wt_1 \qquad (1)$$

при остывании воды $$cm\Delta T = wt_2 \qquad (2)$$

Выразим из (2) w и подставим в уравнение (1), получаем:

$$w = \frac{cm\Delta T}{t_2} \qquad Wt_1 = cm\Delta T + \frac{cm\Delta T}{t_2}t_1 \qquad (3)$$

Отсюда:

$$m = \frac{Wt_1t_2}{c\Delta T(t_1+t_2)} \approx 2.4 \text{ кг} \qquad (4)$$

Ответ: $m \approx 2.4$ кг

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Записано уравнение баланса энергии при нагревании воды (1)

	Записано уравнение баланса энергии при остывании воды (2)
	Выражены потери (3)
	Найдена масса воды в чайнике (4)

Задача 10.4. В схеме, приведенной на рисунке, все резисторы имеют одинаковые номиналы и напряжение подведено к точкам А и В. Токи, протекающие через резисторы, близки к предельно допустимым, и в некоторый момент перегорает резистор между точками АЕ.

1) Как и во сколько раз изменится мощность, выделяющаяся в схеме?

2) Через некоторое время вслед за АЕ перегорает резистор BD. Какой резистор перегорит следующим?

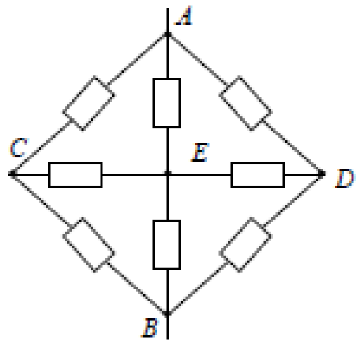

Рис. К задаче 10.4

Возможное решение

Пронумеруем все резисторы в схеме (рис.1). В начальной схеме токи через резисторы CE и ED не идут (что следует из симметрии схемы), эти резисторы можно убрать (рис.2). Тогда легко считается сопротивление цепи и мощность, выделяемая в цепи:

$$R_1 = \frac{2R}{3} \quad , \quad P_1 = \frac{U^2}{R_{AB}} = \frac{3U^2}{2R} \qquad (1)$$

Основной идеей задачи является преобразование системы из трех элементов, собранных в виде звезды, в систему из трех элементов, собранных в виде треугольника так, чтобы внешние элементы «ничего об этом не узнали». Можно проверить, что данное преобразование выглядит так, как показано на рисунке 3.

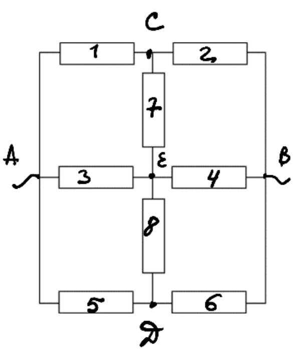

Рис. 1. К задаче 10.4

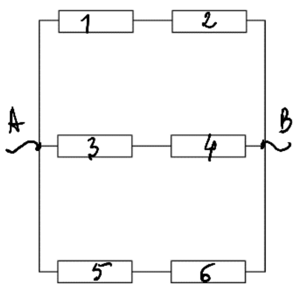

Рис. 2. К задаче 10.4

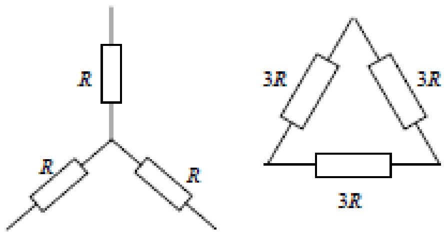

Рис. 3. К задаче 10.4

1. После перегорания резистора 3 между A и E (см. рис. 4) схему из трех резисторов (CE, DE и BE), соединенных в виде звезды, можно преобразовать в треугольник (рис. 5.). Тогда схема преобразуется (рис. 6) и легко считается общее сопротивление во втором случае:

$$R_2 = \frac{7R}{8} \quad , \ P_2 = \frac{U^2}{R_{AB}} = \frac{8U^2}{7R} \qquad (2)$$

Найдем отношение мощностей в первом и втором случаях:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{21}{16} \qquad (3)$$

Таким образом, мощность, выделяемая в цепи уменьшиться.

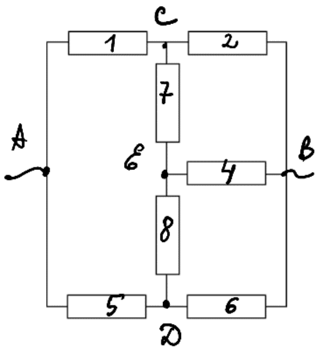

Рис. 4. К задаче 10.4

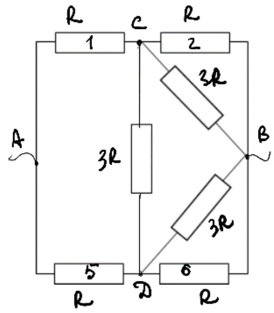

Рис. 5. К задаче 10.4

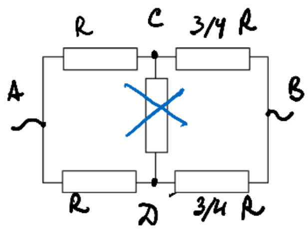

Рис. 6. К задаче 10.4

Можно получить тот же результат, не прибегая к преобразованию «звезда – треугольник», а представляя резистор 4 как два параллельно соединенных резистора сопротивлением $2R$ и разделяя схему на две симметричные части (рис. 7).

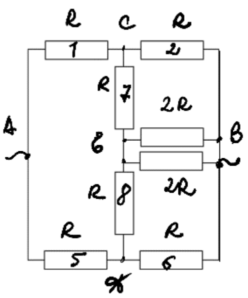

Рис. 7. К задаче 10.4

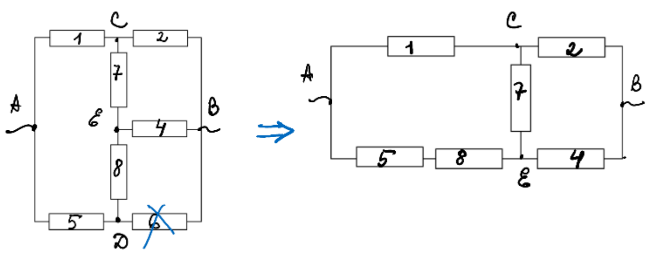

Рис. 8. К задаче 10.4

2. Для того чтобы узнать, какой резистор перегорит следующим, после перегорания резистора 6, нужно найти резистор, через который потечет наибольший ток. Изобразим полученную схему (рис. 8). В данном случае можно воспользоваться известным нам преобразованием из треугольника в звезду для резисторов 7, 4 и 2 (рис. 9). Так как резисторы 1 и 5 ничего об этом не «узнают», то напряжения на них сохранятся, соответственно сохранятся и токи, тогда после преобразования легко находятся силы тока:

$$R_{AB} = \frac{\frac{4}{3}R \cdot \frac{7}{3}R}{\frac{4}{3}R + \frac{7}{3}R} + \frac{1}{3}R = \frac{13}{11}R \quad , \ I_0 = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{11U}{13R} \qquad (4)$$

где U – напряжение между точками A и B.

$$I_0 = I_1 + I_5 \quad ; \qquad I_1 \cdot \frac{4}{3}R = I_5 \cdot \frac{7}{3}R \; ; \quad I_1 = \frac{7}{11}I_0 \, ; \qquad I_5 = \frac{4}{11}I_0 \qquad (5)$$

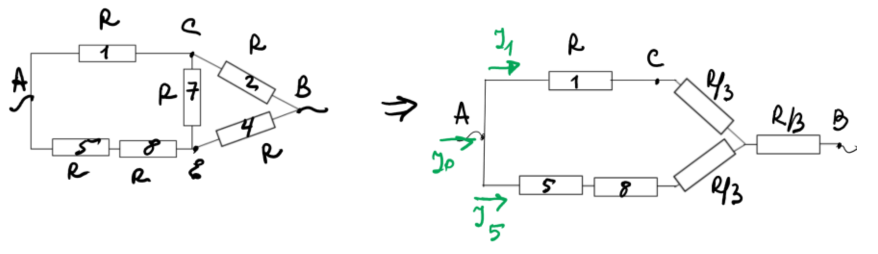

Рис. 9. К задаче 10.4

Осталось найти токи $I_2, I_4,$ и I_7 и сравнить их (см. рис. 10).

$$I_1R + I_7R = I_5 \cdot 2R \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{11}I_0 + I_7 = 2\frac{4}{11}I_0 \quad \Rightarrow \quad I_7 = \frac{1}{11}I_0 \qquad (6)$$

$$I_0 = I_2 + I_4; \quad I_2R = I_7R + I_4R \;\Rightarrow\; I_2 = \frac{1}{11}I_0 + I_4 \quad \Rightarrow \quad I_4 = \frac{5}{11}I_0 \qquad (7)$$

Таким образом, наибольший ток, идущий через резистор 1 между точками A и C $I_1 = \frac{7}{11}I_0$, он и перегорит следующим.

Также в решении задачи учитывалось, что резисторы перегорают, если ток через них не только наибольший, но и превышает предельно допустимый ток, который легко находится в первом случае:

$$I_0 = \frac{U}{2R}$$

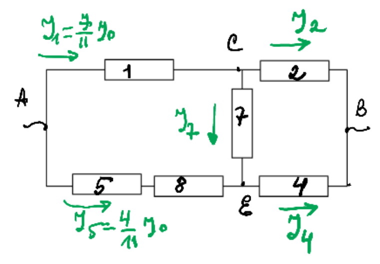

Рис. 10. К задаче 10.4

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Нарисована эквивалентная схема и найдено сопротивление и мощность в цепи до перегорания резисторов (1)
	Нарисована эквивалентная схема и найдено сопротивление и мощность в цепи после перегорания резистора 3 (2)
	Найдено отношение мощностей (3) и указано, что она уменьшиться
	Нарисована эквивалентная схема и обосновано суждение о том, какой следующий перегорит резистор.

Задача 10.5. Кот Леопольд разглядывает себя в витрине магазина, находясь от неё на расстоянии 1 м. Витрина состоит из двух стёкол. Леопольд видит два своих отражения, причём ему кажется, что размер одного изображения составляет 5/6 размера другого. Найти расстояние между стёклами витрины.

Возможное решение

Обозначим D – расстояние от Леопольда до витрины, d – расстояние между стёклами. Каждое из стёкол витрины отражает предмет как зеркало. Соответствующие мнимые изображения (A_1B_1 и A_2B_2) приведены на рисунке 1. Изображение A_2B_2 будет находится дальше и видно под меньшим углом, чем изображение A_2B_2 . Угол, под которым Леопольд видит изображение A_2B_2, равен углу, под которым она видит кусок A_1C первого изображения, поэтому

$$\frac{A_1C}{A_2B_2} = \frac{h}{H} = \frac{5}{6} \qquad (1)$$

Из подобия треугольников ΔAA_1C и ΔAA_2B_2 следует :

$$\frac{A_1C}{A_2B_2} = \frac{AA_1}{AA_2} \qquad (2)$$

$$\frac{h}{H} = \frac{2D}{2(D+d)} \qquad (3)$$

Тогда окончательно находим:

$$d = \frac{D}{5} = 20 \text{ см} \qquad (4)$$

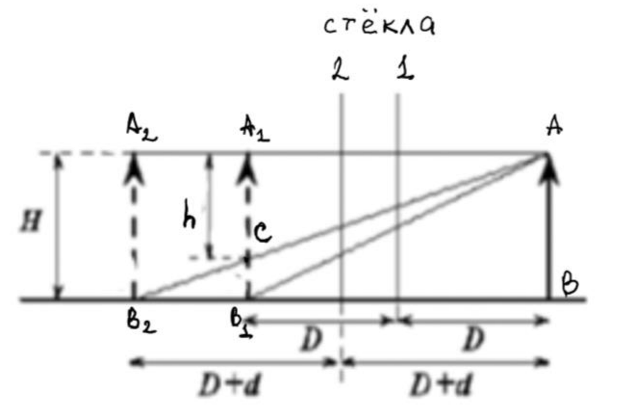

Рис.1. К задаче 11.5

Ответ: Расстояние между стёклами витрины равно $d = D/5 = 20$ см.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Указано, что каждое из стёкол витрины отражает предмет как зеркало
	Построены мнимые изображения
	Дано объяснение почему изображения кажутся разного размера
	Найдено расстояние между стеклами (1) - (4)

11 КЛАСС

Задача 11.1. Пуля массой m пробивает закрепленную доску при минимальной скорости $v_0 = 10$ м/ с. С какой скоростью должна лететь пуля массой $m = 200$ г, чтобы пробить незакрепленную доску массой М $=$ 1кг, при этом пуля попадает в центр доски.

Возможное решение

Для закрепленной доски минимальная скорость соответствует условию:

$$A_{тр} = \Delta E_{kin}$$

$$-F_{тр}d = 0 - \frac{mv_0^2}{2} \quad , \quad (1)$$

где $d -$ толщина доски, v_0 −начальная скорость пули, m −ее масса.

Для незакрепленной доски запишем закон сохранения импульса и учтем, что пуля, с минимальной начальной скоростью пробьет доску и остановится относительно доски:

$$m\,u_0 = mv + Mv\,, \qquad (2)$$

$$v = \frac{m\,u_0}{m + M} \qquad (3)$$

где $M -$ масса доски, u_0 −начальная скорость пули, v − скорость доски и пули после взаимодействия.

Будем считать, что сила трения не зависит от скорости пули и доски, т.е. в обоих случаях одинаковая, толщина второй доски такая же, как и у первой. Тогда работа силы трения во втором случае будет такая же, как и в первом опыте:

$$-F_{тр}d = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{mu_0^2}{2} \quad , \quad (4)$$

$$-\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+M)v^2}{2} - \frac{mu_0^2}{2} \qquad (5)$$

$$\frac{mu_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{(m+M)v^2}{2} \qquad (6)$$

Подставляя (3) в выражение (6), получим:

$$u_0 = v_0\sqrt{\frac{M+m}{M}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{1{,}2\text{ кг}}{1\text{ кг}}} \approx 11\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (7)$$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Записано условие минимальной скорости для закрепленной доски (1)
	Записан закон сохранения импульса для незакрепленной доски (2)
	Найдена скорость доски и пули после взаимодействия (3)
	Сформулированы условия одинаковости работы силы трения

	Найдена скорость пули после взаимодействия с незакрепленной доской (4)-(7)

Задача 11.2. Два плоских квадратных зеркала со сторонами a и $2a$ образуют прямой угол. На расстоянии a от маленького зеркала и на расстоянии $2a$ от большого расположен источник света (см. рис.). Найти область в плоскости рисунка, в которой можно наблюдать ровно 2 изображения источника в зеркалах.

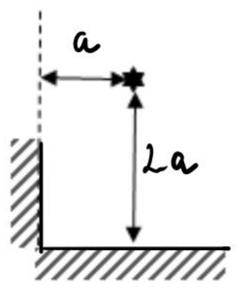

Рис. 1. К задаче 11.2

Возможное решение

Построим все изображения источника в зеркалах. Их будет 3: 1) изображение источника в первом (большом) зеркале, 2) изображение источника во втором (маленьком) зеркале, 3) изображение в первом зеркале, отражённое вторым зеркалом, совпадающее с изображением во втором зеркале, отражённым первым зеркалом (см. рис. 2). Первое изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 3. Второе изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 4. Третье изображение будет видно в области, заштрихованной на рис. 5. Область, где видно 2 изображения, заштрихована на рис. 6.

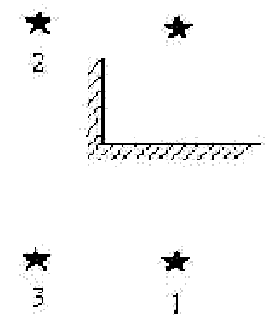

Рис. 2. К задаче 11.2

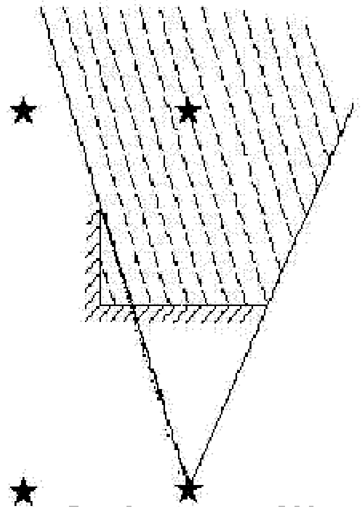

Рис. 3. К задаче 11.2

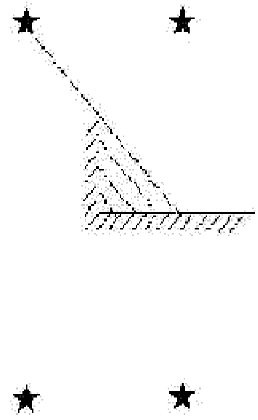

Рис. 4. К задаче 11.2

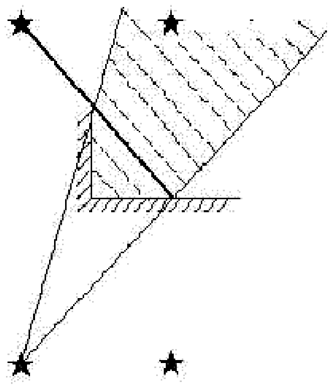

Рис. 5. К задаче 11.2

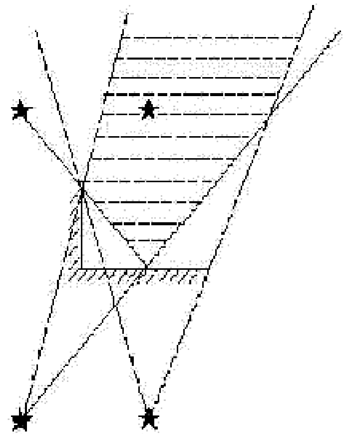

Рис. 6. К задаче 11.2

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Построены все изображения источника в зеркалах (рис.2). Указано, что их -3
	Построена область, где видно 1 изображение (по 2 баллу за каждое) (рис.3-5)
	Построена область, где видно 2 изображения (рис.6)

Задача 11.3. Некоторое количество азота охлаждают так, что его давление меняется пропорционально его объему. Затем его нагревают при постоянном объеме до начальной температуры. Найдите отношение количества теплоты, отданного газом, к количеству теплоты, полученному им. Постройте график зависимости давления от объема. Азот при рассматриваемых температурах можно считать идеальным газом.

Возможное решение

График зависимости давления от объема показан на рис.1. Азот – двухатомный газ, поэтому его внутренняя энергия равна

$$U = \frac{5}{2}\nu RT$$

По условию, охлаждение азота происходит в процессе, который на диаграмме показан как процесс 1-2, в котором давление меняется пропорционально объему, то есть

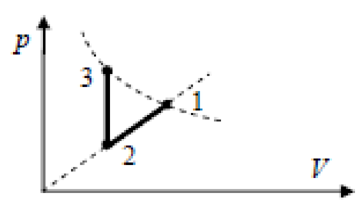

Рис. 1. К задаче 11.3

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} \qquad \Rightarrow \qquad p_2 = p_1\frac{V_2}{V_1} \qquad (1)$$

Изменение температуры азота в этом процессе можно вычислить с использованием уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\Delta T_{12} = T_2 - T_1 = \frac{p_2V_2}{\nu R} - \frac{p_1V_1}{\nu R} \qquad (2)$$

С учетом уравнения процесса (1) найдем:

$$\Delta T_{12} = \frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{\nu R V_1} \qquad (3)$$

Т.к. $V_2 < V_1$ понятно, что $\Delta T_{12} < 0$. Тогда изменение внутренней тоже отрицательно:

$$\Delta U_{12} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} = \frac{5}{2}\frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{V_1} \qquad (4)$$

Работу в этом процессе можно найти как площадь под pV –диаграммой процесса:

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{p_1\left(V_2{}^2 - V_1{}^2\right)}{2V_1} = \frac{1}{2}\nu R \Delta T_{12} \qquad (5)$$

Заметим, что работа также отрицательная. Теперь найдем количество теплоты в процессе 1-2:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{1}{2}\nu R \Delta T_{12} + \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} = 3\nu R \Delta T_{12} \qquad (6)$$

Молярная теплоемкость в таком процессе постоянна и равна $3R$, такой процесс называется политропным.

Процесс 2-3 изохорный, и для него:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{23}, \quad A_{23} = 0 \qquad (7)$$

Так как $\Delta T_{12} = -\Delta T_{23}$, то

$$Q_{23} = -\frac{5}{2}\nu R \Delta T_{12} \qquad (8)$$

Тогда искомое отношение

$$\frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = \frac{6}{5} \qquad (9)$$

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Построен график процессов
	Указана линейная зависимость давления от объема (1)
	Найдено изменение внутренней энергии в процессе 1-2 (4)
	Найдена работа в процессе 1-2 (5)
	Найдено количество теплоты в процессе 1-2 (6)
	Найдено количество теплоты в процессе 2-3 (7)
	Показано, что $\Delta T_{12} = -\Delta T_{23}$
	Найдено отношение количества теплоты, отданного газом, к количеству теплоты, полученному им (9)

Задача 11.4. Фиксики Симка и Нолик изучали движение тел с помощью сконструированного ими датчика скорости. Нолик забрался на крышу высотного здания и стрелял пневматического пистолета вертикально вверх маленьким шариком. А Симка с помощью датчика измеряла скорость и построила график проекции на вертикальную ось скорости шарика от времени (рис.1). К сожалению, она указала масштаб только на оси времени, а на оси проекции скорости забыла. Как Симка и Нолик все-таки сумели воспользоваться этим графиком? Найдите начальную скорость шарика и скорость, с которой он упал на землю. Ветра в день эксперимента не было. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

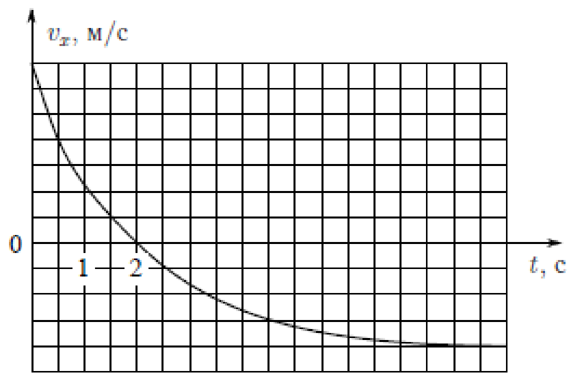

Рис.1 К задаче 11.4

Возможное решение

Если бы шарик двигался только под действием силы тяжести, то его ускорение было бы постоянным и равным ускорению свободного падения, а проекция скорости на вертикальную ось менялась бы со временем линейно. Однако из графика видно, что это не так. Значит, на шарик действует ещё и сила сопротивления воздуха, явное выражение для которой неизвестно.

$$mg - F_{\text{сопр}} = ma \qquad (1)$$

Сила сопротивления воздуха является силой вязкого трения, а действие вязкого трения испытывают только движущиеся тела. Значит, можно явно указать момент, когда сила сопротивления воздуха равна нулю – это момент наивысшего подъёма шарика, когда его скорость обращается в ноль.

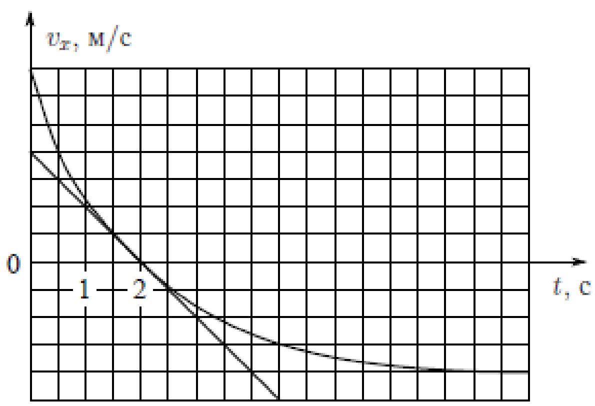

Рис. 2. К задаче 11.3

Таким образом, в момент, когда проекция скорости на вертикальную ось равна нулю, модуль проекции ускорения на вертикальную ось равен модулю ускорения свободного падения $g = 10$ м/с^2.

$$v = 0 \implies F_{\text{сопр}} = 0 \quad \implies a = g \qquad (2)$$

Проекция ускорения на вертикальную ось – это угловой коэффициент касательной к графику проекции скорости. Построением находим (рис. 2) угловой коэффициент касательной, проведённой к графику в точке, где проекция скорости шарика обращается в ноль:

$$a = g = \frac{4\text{ дел}}{2\text{с}} = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad\Longrightarrow\quad 1\text{дел} = 5\frac{\text{м}}{\text{с}} \qquad (3)$$

Итак, одно деление вертикальной оси соответствует 5 м/с. Теперь, когда известен масштаб, можем определить искомые значения начальной скорости $v_0 = 7\text{ дел} = 35\text{ м/с}$ и скорости, с которой шарик упал на землю, $v_{\text{кон}} = -4\text{ дел} = -20\text{ м/с}$.

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание решения**
	Сделан вывод из анализа графика о действии силы сопротивления воздуха
	Найдена точка, в которой $F_{\text{сопр}} = 0$ и найдено ускорение тела в этой точке
	Найден масштаб оси проекции скорости (3)
	Найдена начальная скорость
	Найдена конечная скорость

Задача 11.5. Проволочный квадрат со стороной L имеет проводящую перемычку, расположенную по диагонали (см. рис.). В левую и правую части квадрата включены конденсаторы с ёмкостями C_1 и C_2. Квадрат помещён в нарастающее линейно со временем магнитное поле с индукцией $B(t) = B_0{\cdot}t/T$, перпендикулярное его плоскости. В некоторый момент времени перемычку убирают и прекращают изменять магнитное поле. Определите установившиеся заряды на конденсаторах.

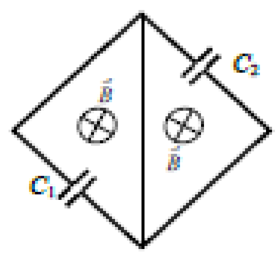

Рис. 1. К задаче 11.5

Возможное решение

Проволочный квадрат со стороной L имеет проводящую перемычку, расположенную по диагонали (см. рис.1) можно представить как два треугольных контура, каждый площадью $S = {\cdot}L^2/2$.

Магнитный поток, пронизывающий каждый контур, меняется со временем как:

$$\Phi(t) = SB_0{\cdot}\frac{t}{T} \qquad (1)$$

При этом в каждом контуре поддерживается ЭДС индукции:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}; \qquad |\,\mathcal{E}| = \frac{SB_0}{T} = \frac{L^2B_0}{2T} \qquad (2)$$

В каждом контуре возникает ЭДС индукции и, если бы в цепи мог пойти ток, он создавал бы поле, направленное на нас, а ток имел бы в каждом контуре направление против часовой стрелки. Поскольку контуры разорваны конденсаторами, тока в цепи нет, но конденсаторы заряжены так, что положительные заряды на верхней пластинке конденсатора C_1 и на нижней пластинке конденсатора C_2. При этом на противоположных пластинах конденсаторов образуются соответствующие отрицательные заряды.

$$q_1 = \mathcal{E}C_1\ ; \qquad q_2 = -\mathcal{E}C_2 \qquad (3)$$

После того как уберут перемычку и прекратят изменять поле, заряды q_1 и q_2 будут перераспределяться между C_1 и C_2 до тех пор, пока разность потенциалов между соединенными пластинами не станет равной нулю, т.е. пока напряжения на конденсаторах не сравняются. Установившиеся заряды на пластинах будут определяться условиями:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \quad - \text{равенство напряжений} \qquad (4)$$

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2 \quad - \text{закон сохранения электрического заряда} \qquad (5)$$

Решая совместно (4) и (5), используя выражение (1) для $\mathcal{E}$ можно найти заряды Q_1и Q_2:

$$Q_1 = \frac{L^2 B_0 C_1}{2T} \frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \qquad (6)$$

$$Q_2 = \frac{L^2 B_0 C_2}{2T} \frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \qquad (7)$$

Критерии оценивания

Баллы	Содержание решения
	Описана физическая картина до момента снятия перемычки
	Записан закон электромагнитной индукции для каждого контура (2)
	Найдены начальные заряды на конденсаторах (3)
	Описана физическая картина после снятия перемычки
	Записано равенство напряжений (4)
	Записан закон сохранения электрического заряда (5)
	Найдены конечные заряды на конденсаторах (6) и (7)